Гидродинамическая модель транспортных потоков со случайными параметрами

В. С. Ножкин, E-mail: nozhkin-v@list.ru [1]
М. Е. Семёнов[1, 2], С. Н. Башлыков[1], А. В. Самсонов[1]

[1] Военный учебно-научный центр Военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)
[2] Воронежский государственный университет

Аннотация. *В работе предложена гидродинамическая модель транспортных потоков со случайными параметрами на основе решения задачи Коши.*

Ключевые слова: *модель, транспортный поток, случайный процесс, характеристический функционал, математическое ожидание, дисперсионная функция.*

Введение

Одной из важных систем городского организма, которую уместно сравнить с кровоснабжением является транспорт. Он позволяет городу в полной мере выполнять связующею, коммуникационную и обеспечивающую функцию. Для управления дорожным движением на транспортной сети городов повсеместно используются системы управления, алгоритмы работы которых основаны на моделях транспортных потоков. Требования к точности и сложности таких моделей весьма велики. Кроме того, без транспортного моделирования невозможно планирование строительства новых и модернизация существующих транспортных объектов, объектов жилищного и делового строительства, схем организации дорожного движения, действий при чрезвычайных ситуациях, решения целого ряда других практических задач [1].

Исследование и прогнозирование транспортных потоков производится с помощью различных подходов: экономического, гидродинамического и математического моделирования.

Широкое признание и применение получил именно гидродинамический подход. Транспортный поток в макроскопических гидродинамических моделях уподобляется потоку «мотивированной» сжимаемой жидкости, а в микроскопических моделях потоку

несжимаемой жидкости и описывается законом сохранения количества (погонной плотности) автомобилей.

Моделирование транспортных потоков связано с определенными трудностями, обусловленными, в том числе следующими соображениями. Существующие модели, как правило, включают в себя уравнения, не учитывающие стохастический характер, возникающий на городской транспортной сети, с ее множеством перекрестков, светофоров, заторов и т.п. В связи с этим целью настоящей работы является построение модели, позволяющей учитывать стохастический характер транспортных потоков.

1. Постановка задачи

Одна из хорошо изученных и известных моделей транспортных потоков сводится к уравнению Хопфа с диффузионным слагаемым и имеет вид [1]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial \rho}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2}, \qquad \varepsilon > 0, \tag{1}$$

где ρ – плотность транспортного потока; ε – чувствительность водителя по отношению к основным характеристикам транспортного потока (локальная скорость, плотность и т.д.).

При этом очевидным является, тот факт, что чувствительность у водителей на ту или иную ситуацию является случайной величиной, более того если рассматривать на всем этапе движения автотранспортного средства, то уместнее говорить о случайном процессе. В связи с этим предположением будем трактовать чувствительность глаза как случайный процесс.

С помощью замены (Форсайта–) Флорина–Хопфа–Коула [2, 3]

$$\rho = -\varepsilon \frac{\partial}{\partial x} (\ln w) = -2\varepsilon(t) \frac{w_x}{w}, \tag{2}$$

где w – величина пропорциональная плотности потока,
уравнение (1) сводится к задаче Коши вида:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \varepsilon(t) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \tag{3}$$

с начальным условием

$$w(0, x) = \exp\left(-\frac{1}{2\varepsilon(t)} \int_0^x \rho(0, z)\, dz \right), \tag{4}$$

Решение задачи (3) и (4) относительно математического ожидания, позволит построить модель транспортных потоков и определить моментные функции. Решение данных задач и применяемый подход описан в работах [4-9]

Заключение

В настоящей статье предложена модель учета транспортных потоков, через чувствительность водителя к основным характеристикам потока. Данная статья является постановочной для дальнейших исследований.

Список литературы

1. Гасников, А. В. Введение в математическое моделирование транспортных потоков/ А. В. Гасников и др. Издание 2-е, испр. и доп. – М.: МЦНМО, 2013. – 427 с.
2. Гордин, В. А. Математика, компьютер, прогноз погоды и другие сценарии математической физики. – М.: Физматлит, 2010. – 356 с.
3. Уизем, Д. Линейные и нелинейные волны. – М.: Мир, 2013. – 238 с.
4. Zadorozhniy, V. G. Stochastic model of heat transfer in the atmospheric surface layer / V. G. Zadorozhniy, V. S. Nozhkin, M. E. Semenov, I.I. Ul’shin // Computational Mathematics and Mathematical Physics. – 2020. – vol. 60. – P. 459–471. doi.org/10.1134/S0965542520030 173.
5. Zadorozhnii, V. G. A linear firet-order differential equation with ordinary variational derivatives / V.G. Zadorozhnii // – Moscow: Pleiades Publishing, Ltd., April 1993. – Vol. 53. – P. 383-388.
6. Zadorozhniy, V. G. Stabilization of Linear Systems by a Multiplicative Random Noise / V. G. Zadorozhnii // Differential Equations. 2018, Vol. 54, i. 6. P. 728-747.
7. Zadorozhniy, V. G. Linear chaotic resonance in vortex motion / V. G. Zadorozhnii // Computational mathematics and mathematical physics. 2013, Vol. 53, i. 4. P. 486-502.
8. Nozhkin, V. A stochastic model of the moisture motion in the atmosphere: two-dimensional case / V. Nozhkin, M. Semenov, I. Ulshin and O. Sokolova // IEEE Xplore. International Conference on Information Technology and Nanotechnology (ITNT). – 2020. – P. 1–4. doi: 10.1109/ITNT49337.2020.9253297.
9. Nozhkin, V.S. A model of advective changes in air humidity: a stochastic approach / V.S. Nozhkin, V.G. Zadorozhniy, I.I. Ulshin and O.I. Kanishcheva // Int. J. Engineering systems modelling and simulation. – 2020. – Vol. 11. – No. 4. – P. 160–169. doi: 10.1504/IJESMS.2020.111273.